correction d'exercices

1°) étude d'une suite géométrique

a°) $g_5 = g_4 \times q = g_3 \times q \times q = g_3 \times q^2 = g_2 \times q \times q^2 = g_2 \times q^3$, donc $3125 = 25q^3$, donc $q^3 = \frac{3125}{25} = 125$, donc $q = 125^{\frac{1}{3}} = 5$.

b°) g est une suite géométrique à termes strictement positifs et de raison strictement supérieure à 1 ; cette suite g est donc strictement croissante.

c°) $g_2 = g_1 \times q$ et $g_1 = g_0 \times q$, donc $g_1 = \frac{g_2}{q} = \frac{25}{5} = 5$ et $g_0 = \frac{g_1}{q} = \frac{5}{5} = 1$.

d°) Puisque cette suite g est géométrique, on a donc, pour tout nombre entier naturel n, $g_n = g_0 \times q^n = 1 \times 5^n = 5^n$ (il s'agit de l'expression sous forme explicite de cette suite g), en particulier avec $n = 15$; le seizième terme de cette suite est donc $g_{15} = 5^{15} = 3.0517578125 \times 10^{10}$.

2°) raison d'une suite géométrique à partir de la somme de ses trois premiers termes

e°) La suite g étant géométrique de premier terme g_0 égal à 5 et de raison q, on a donc $g_1 = g_0 \times q = 5q$ et $g_2 = g_1 \times q = 5q \times q = 5q^2$. La somme des trois premiers terme de cette suite est donc $g_0 + g_1 + g_2 = 5 + 5q + 5q^2$; comme cette somme est supposée valoir 13.55, on en déduit que $5 + 5q + 5q^2 = 13.55$, mais comme $5 + 5q + 5q^2 = 13.55 \Leftrightarrow 5q + 5q^2 = 13.55 - 5$ $\Leftrightarrow 5[q + q^2] = 8.55 \Leftrightarrow q + q^2 = \frac{8.55}{5} \Leftrightarrow q^2 + q = 1.71$, on a donc bien $q^2 + q - 1.71 = 0$.

f°) $x^2 + x - 1.71$, trinôme de x, a pour discriminant $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times [-1.71] = 7.84 > 0$, donc admet deux racines distinctes qui sont réelles : $x_- = \frac{-1-\sqrt{\Delta}}{2\times1} = \frac{-1-\sqrt{7.84}}{2} = \frac{-1-2.8}{2} = -1.9$ et $x_+ = \frac{-1+\sqrt{\Delta}}{2\times1}$ $= \frac{-1+\sqrt{7.84}}{2} = \frac{-1+2.8}{2} = 0.9$; chacune de ces des deux dernières valeurs est une valeur possible de q.

g°) La suite g étant géométrique et monotone, sa raison ne peut donc pas être strictement négative (sinon le signe de chacun de ses termes changerait d'un terme à l'autre à cause de la multiplication par une raison strictement négative) ; la bonne valeur de q est donc ainsi 0.9.