évaluation d'une heure — calculatrices autorisées

1°) <u>questions de cours</u> (2 points)

On considère quatre points quelconques A, B, C et D du plan.

a°) Donner une (des) condition(s) nécessaire(s) et suffisante(s) pour que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme éventuellement aplati ou réduit à un point.

b°) Donner une (des) condition(s) nécessaire(s) et suffisante(s) pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient égaux.

2°) <u>vecteurs dans hexagone régulier</u> (8 points)

On considère un hexagone régulier $ABCDEF$ dont on note O le centre
ainsi que les points G, H et I tels que $\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{FD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{FB}$ et $\overrightarrow{IF} = \overrightarrow{DB}$.

c°) Faire apparaître en **annexe à compléter puis à rendre avec la copie** chacun de ces trois points G, H et I.

d°) Faire apparaître en **annexe à compléter puis à rendre avec la copie** chacun des trois vecteurs suivants :
$2\overrightarrow{BD}$, $-\overrightarrow{FO}$ et $2\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{BA}$.

e°) Recopier et compléter par les noms des points manquants (là où figurent les pointillés) sur la copie les égalités suivantes de sorte qu'elles soient vérifiées : $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{A\,...}$ et $\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{...\,D}$.

3°) <u>quadrilatères de Varignon</u> (5 points)

On considère quatre points distincts du plan A, B, C et D
ainsi que les points E, F, G et H milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

f°) Faire un schéma.

g°) Prouver que les droites (AC), (EF) et (GH) sont parallèles.

h°) Prouver alors que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{HG}$ sont égaux.

4°) <u>centre de gravité de triangle non plat du plan</u> (5 points + 1 point bonus)

On considère un triangle non plat ABC du plan ; on note G son centre de gravité (il s'agit de l'intersection des médianes de ce triangle ABC), M le milieu du segment $[AB]$, N le milieu du segment $[AC]$, J le point symétrique du point G par rapport au point M et K le point symétrique du point G par rapport au point N.

i°) Faire un schéma.

j°) Prouver que chacun des trois quadrilatères $AJBG$, $AKCG$ et $BCKJ$ est un parallélogramme dont on précisera, en justifiant, son centre.

k°) Prouver que $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BN}$.

l°) (question **bonus**, c'est-à-dire **hors-barème**, donc **facultative**, car **difficile**)
Prouver qu'un point P du plan est centre de gravité de ce triangle ABC si, et seulement si, $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$.

annexe à compléter puis à rendre avec la copie

nom :

prénom :