multiples de vecteurs

objectif : donner un sens à $\lambda\vec{v}$ où $\vec{v}$ est un vecteur et où λ est un nombre réel.

1°) <u>approche</u>

On considère un carré $OIKJ$ de centre C ainsi que le point S symétrique du point O par rapport au point K, le point M milieu du segment $[CS]$, le point N symétrique du point M par rapport au point O, le point P intersection de la droite (OK) avec l'arc de cercle $\widehat{IJ}$ de centre O et le point Q symétrique du point P par rapport au point O.

a°) Faire un schéma.

b°) Prouver que $\overrightarrow{OS} = 2\overrightarrow{OK}$; compléter alors les égalités suivantes de sorte qu'elles soient vraies (remplacer les trois petits points par la valeur réelle adéquate) : $\overrightarrow{OK} = \ldots\overrightarrow{OS}$, $\overrightarrow{OC} = \ldots\overrightarrow{OK}$ et $\overrightarrow{CM} = \ldots\overrightarrow{CS}$

c°) Prouver que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CS}$ (faire apparaître le point C en utilisant la relation de Chasles).

d°) Utiliser la relation de Chasles de la même manière pour prouver que $\overrightarrow{OS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{CS}$.

e°) Exprimer $\overrightarrow{CS}$ en fonction de $\overrightarrow{OK}$.

f°) Déterminer à l'aide des questions précédentes la valeur du nombre réel λ tel qu'on ait $\overrightarrow{OM} = \lambda\overrightarrow{OK}$.

g°) Déterminer la valeur du nombre réel μ tel qu'on ait $\overrightarrow{ON} = \mu\overrightarrow{OK}$.

h°) Déterminer les valeurs des nombres réels α, β et γ tels qu'on ait $\overrightarrow{OK} = \alpha\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OP} = \beta\overrightarrow{OK}$ et $\overrightarrow{OQ} = \gamma\overrightarrow{OK}$.

2°) <u>cours</u>

déf. : $\vec{v}$ étant un vecteur non nul et λ étant un nombre réel non nul, $\lambda\vec{v}$ est le vecteur

- de **même direction** que le vecteur $\vec{v}$
- selon le signe du nombre réel λ
  - si $\lambda > 0$, de **même sens** que le vecteur $\vec{v}$ et de longueur λ fois plus grande que celle du vecteur $\vec{v}$.
  - si $\lambda < 0$, de **sens opposé** à celui du vecteur $\vec{v}$ et de longueur $-\lambda$ fois plus grande que celle de $\vec{v}$.

ex. : Dans la section 1°, on a $\overrightarrow{ON} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{OK}$, ce qui signifie que les vecteurs $\overrightarrow{OK}$ et $\overrightarrow{ON}$, non nuls, partagent la même direction, qu'ils ont des sens opposés et que $ON = -\left[-\frac{5}{4}\right]OK = \frac{5}{4}OK$.

déf. : Si $\vec{v}$ est le vecteur nul, alors quel que soit le nombre réel λ, $\lambda\vec{v}$ est aussi le vecteur nul.

déf. : Quel que soit le vecteur $\vec{v}$, si $\lambda = 0$, alors $\lambda\vec{v}$ est le vecteur nul.