correction d'exercices

1°) <u>équations d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points</u>

a°) Les deux points A et B étant distincts et chacun appartenant à la droite (AB), un vecteur directeur de cette droite (AB) est le vecteur $\overrightarrow{AB}$ de coordonnées $(1-[-2]\,,9-[-3])=(3\,,12)$.

b°) Dans ce repère $(O\,;\,I\,,J)$, une équation cartésienne de cette droite (AB) est donc de la forme $12x-3y+c=0$; puisque le point A, par exemple, appartient à la droite (AB), ses coordonnées dans ce même repère $(O\,;\,I\,,J)$ doivent vérifier cette dernière équation cartésienne ; on en déduit que $12\times[-2]-3\times[-3]+c=0$, donc $c=24-9=15$. Finalement, une équation cartésienne dans ce repère $(O\,;\,I\,,J)$ de cette droite (AB) est $12x-3y+15=0$. Divisant par 3 membre à membre dans cette dernière équation donne une autre équation cartésienne, plus simple, toujours dans le même repère $(O\,;\,I\,,J)$, de cette droite $(AB)\,:\ 4x-y+5=0$.

c°) Isolant y dans cette dernière équation, on obtient l'équation réduite, toujours dans le même repère $(O\,;\,I\,,J)$, de cette droite $(AB)\,:\ y=4x+5$.

2°) <u>équations d'une droite à partir des coordonnées d'un de ses points et d'un de ses vecteurs directeurs</u>

d°) Dans ce repère $(O\,;\,I\,,J)$, puisque le vecteur $\vec{v}$ de coordonnées $(-2\,,6)$ dirige cette droite $\mathcal{D}$, une équation cartésienne de cette droite $\mathcal{D}$ est donc de la forme $6x+2y+c=0$; puisque le point A appartient à cette droite $\mathcal{D}$, ses coordonnées dans ce même repère $(O\,;\,I\,,J)$ doivent vérifier cette dernière équation cartésienne ; on en déduit que $6\times[-4]+2\times8+c=0$, donc $c=24-16=8$. Finalement, une équation cartésienne dans ce repère $(O\,;\,I\,,J)$ de cette droite $\mathcal{D}$ est $6x+2y+8=0$. Divisant par 2 membre à membre dans cette dernière équation donne une autre équation cartésienne, plus simple, toujours dans le même repère $(O\,;\,I\,,J)$, de cette droite $\mathcal{D}\,:\ 3x+y+4=0$

e°) Isolant y dans cette dernière équation, on obtient l'équation réduite, toujours dans le même repère $(O\,;\,I\,,J)$, de cette droite $\mathcal{D}\,:\ y=-3x-4$.

f°) Deux vecteurs sont égaux si, et seulement si, leurs coordonnées dans un même repère le sont ; D ravaillant dans le repère $(O\,;\,I\,,J)$, on obtient $x_B-x_A=-2$ et $y_B-y_A=6$, donc $x_B=x_A-2=-4-2=-6$ et $y_B=y_A+6=8+6=14$; les coordonnées du point B dans ce repère $(O\,;\,I\,,J)$ tel que $\overrightarrow{AB}=\vec{v}$ sont donc $(-6\,,14)$. Comme ces dernières coordonnées vérifient une équation de cette droite $\mathcal{D}$ (par exemple son équation réduite : on a bien $-3x_B-4=-3[-6]-4=18-4=14=x_B$), ce point B appartient bien à cette droite $\mathcal{D}$.

3°) <u>un vecteur directeur particulier</u>

g°) Comme cette droite $\mathcal{D}$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnés, son équation réduite dans le repère $(O\,;\,I\,,J)$ est donc de la forme $y=mx+p$ où m est le coefficient directeur de cette droite et p est son ordonnée à l'origine. Deux points distincts de cette droite sont les “extrémités” d'un de ses vecteurs directeurs, tous colinéaires. S'intéressant au vecteur directeur d'abscisse 1, on choisit donc deux points de cette droite d'abscisse différentes de 1, par exemple le point A d'intersection de cette droite $\mathcal{D}$ avec l'axe des ordonnées, donc d'abscisse $x_A=0$ et d'ordonnée $y_A=p$, et le point B d'abscisse $x_B=1$ et d'ordonnée $y_B=m\times1+p=m+p$. Les coordonnées dans ce repère $(O\,;\,I\,,J)$ du vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$ de cette droite $\mathcal{D}$ sont donc $(x_B-x_A\,,y_B-y_A)=(1-0\,,m+p-p)$, donc l'ordonnée du vecteur directeur d'abscisse égale à 1 de cette droite $\mathcal{D}$ non parallèle à l'axe des ordonnées est bien son coefficient directeur m.