

correction d'exercices

1°) points alignés

$$a^\circ) \quad \overrightarrow{AB} : (x_B - x_A, y_B - y_A) = (8 - 4, -3 - 7) = (4, -10) = (x_{\overrightarrow{AB}}, y_{\overrightarrow{AB}})$$

$$\text{et } \overrightarrow{AC} : (x_C - x_A, y_C - y_A) = (-2 - 4, 22 - 7) = (-6, 15) = (x_{\overrightarrow{AC}}, y_{\overrightarrow{AC}}).$$

Puisque $x_{\overrightarrow{AB}} \times y_{\overrightarrow{AC}} - x_{\overrightarrow{AC}} \times y_{\overrightarrow{AB}} = 4 \times 15 - [-6] \times [-10] = 60 - 60 = 0$, ces deux vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont donc bien colinéaires, et donc ces trois points A , B et C sont donc bien alignés.

$$b^\circ) \quad \overrightarrow{DE} : (x_E - x_D, y_E - y_D) = (-3 - [-2], 7 - 3) = (-1, 4) = (x_{\overrightarrow{DE}}, y_{\overrightarrow{DE}})$$

$$\text{et } \overrightarrow{DF} : (x_F - x_D, y_F - y_D) = (-5 - [-2], 14 - 3) = (-3, 11) = (x_{\overrightarrow{DF}}, y_{\overrightarrow{DF}}).$$

Puisque $x_{\overrightarrow{DE}} \times y_{\overrightarrow{DF}} - x_{\overrightarrow{DF}} \times y_{\overrightarrow{DE}} = [-1] \times 11 - [-3] \times 4 = -11 + 12 = 1 \neq 0$, ces deux vecteurs \overrightarrow{DE} et \overrightarrow{DF} ne sont donc pas colinéaires, et donc ces trois points D , E et F ne sont donc pas alignés.

2°) un problème d'alignement

c°) Le triangle ABC étant non aplati, le triplet de points $(A; B, C)$ est donc un repère du plan ; puisque

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} \quad \overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{AD} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CB} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + 2[\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}] = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{10}{5}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{12}{5}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}, \text{ dans ce repère, le vecteur } \overrightarrow{DE} \text{ a donc pour coordonnées } \left(\frac{12}{5}, -2\right) \text{ et, puisque}$$

$$\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AM} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \text{ dans ce repère, le vecteur } \overrightarrow{DM} \text{ a donc pour coordonnées } \left(-\frac{3}{5}, \frac{1}{2}\right).$$

Puisque $x_{\overrightarrow{DE}} \times y_{\overrightarrow{DM}} - x_{\overrightarrow{DM}} \times y_{\overrightarrow{DE}} = \frac{12}{5} \times \frac{1}{2} - \left[-\frac{3}{5}\right] \times [-2] = \frac{6}{5} - \frac{6}{5} = 0$, ces deux vecteurs \overrightarrow{DE} et \overrightarrow{DM} sont donc bien colinéaires, et donc ces trois points D , E et M sont donc bien alignés.