exercices

1°) <u>résolution d'équations du deuxième degré</u>

Résoudre les équations d'inconnu le nombre réel x suivantes.

a°) $50x^2 + 115x + 60 = 0$ b°) $8x^2 = 8x - 2$ c°) $8x^2 = 8x - 3$

2°) <u>rasoir d'Ockham</u>

On met en évidence ici l'intérêt de "simplifier" les équations afin que les calculs qui en découlent soient aussi plus "simples" ; on s'appuie pour cela sur l'équation présentée en a°.

d°) Déterminer le plus grand nombre entier diviseur commun aux nombres entiers suivants : 50, 60 et 115.

e°) En déduire que l'équation présentée en a° est équivalente à l'équation d'inconnu le nombre réel x suivante : $10x^2 + 23x + 12 = 0$.

f°) Vérifier, en résolvant cette dernière équation donnée en e°, qu'on retrouve le même ensemble solution que pour l'équation présentée en a°.

On attribue à Guillaume d'Ockham (1285 — 1347), philosophe, logicien et théologien anglais, le principe dit du « rasoir d'Ockham » qui s'énonce ainsi en latin : « *Pluralitas non est ponenda sine necessitate* » ; ce dernier s'énonce en français de la façon suivante : « *Les multiples ne doivent pas être utilisés sans nécessité* ». Il faut comprendre qu'il n'y a aucun intérêt de "faire compliqué" là où on peut "faire simple"…

3°) <u>racines d'un trinôme de coefficients de même signe</u>

On considère une fonction polynôme du deuxième degré f définie sur $\mathbb{R}$ de la façon suivante : $f : x \longmapsto ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois nombres réels **positifs** avec $a \neq 0 \neq c$.

g°) Prouver que, si cette fonction f admet une racine, celle-ci est alors nécessairement strictement **négative**.

h°) On suppose cette fois que les trois nombres réels a, b et c sont **négatifs**, et ce toujours avec $a \neq 0 \neq c$; déterminer alors si l'affirmation suivante est vraie ou fausse : « si cette fonction f admet une racine, celle-ci est alors nécessairement strictement **positive** ».

4°) <u>discriminant réduit</u>

On considère l'équation $x^2 + 2\beta x + c = 0$, d'inconnu le nombre réel x, où β et c sont des nombres réels fixés.

i°) Prouver que la quantité $\beta^2 - c$ "joue le rôle" de discriminant.

La quantité $\beta^2 - c$ est souvent appelée discriminant réduit et est souvent notée δ ; on a donc $\delta = \beta^2 - c$.

j°) On considère l'équation $3x^2 + 12x + 9 = 0$ d'inconnu le nombre réel x ; résoudre cette dernière équation en faisant usage du discriminant réduit après s'être ramené à une équation équivalente plus "simple".