fonctions polynôme du deuxième degré

On définit sur ℝ six fonctions polynômes du deuxième degré f, g, h, j, k et l de la façon suivante.

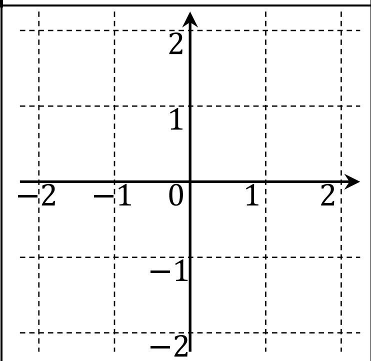
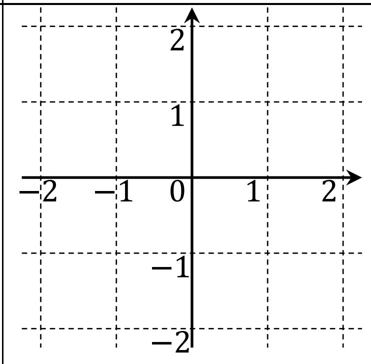
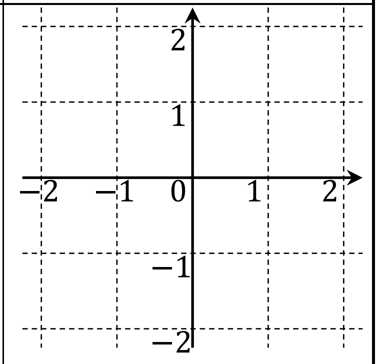
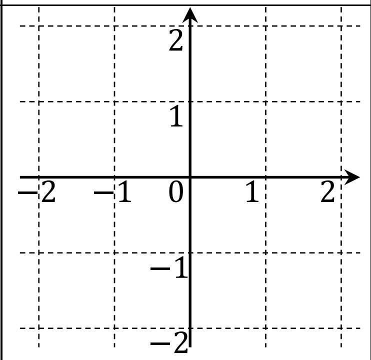
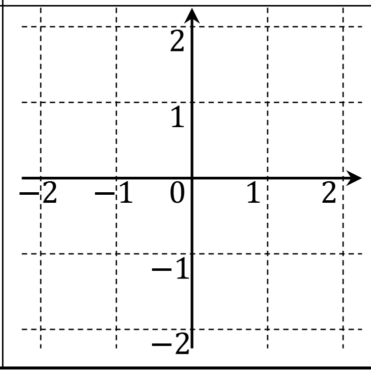
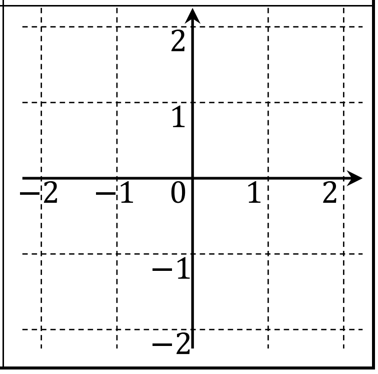
$f\,:\,x \longmapsto 2x^2+3x+1$ $\qquad h\,:\,x \longmapsto -2x^2+3x+1$ $\qquad k\,:\,x \longmapsto x^2+2x+1$

$g\,:\,x \longmapsto 2x^2+3x+2$ $\qquad j\,:\,x \longmapsto -2x^2+3x-2$ $\qquad l\,:\,x \longmapsto -4x^2-4x-1$

a°) Pour chacune d'elles, identifier son coefficient dominant, sa pente à l'origine et son ordonnée à l'origine.

b°) Déterminer les coordonnées des sommets de leurs paraboles représentatives dans un repère orthogonal.

c°) Représenter dans le tableau ci-dessous chacune d'elles à l'endroit adéquat (a désigne son coefficient dominant et y_S désigne l'ordonnée du sommet de sa parabole représentative dans un repère orthogonal).

	$y_S < 0$	$y_S = 0$	$y_S > 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

d°) Calculer, pour chacune de ces six fonctions polynôme du deuxième degré, la valeur de Δ avec $\Delta = b^2 - 4ac$ où a est son coefficient dominant, b sa pente à l'origine et c son ordonnée à l'origine.

déf. : Ainsi défini en d°, Δ est le **discriminant** de la fonction polynôme du deuxième degré associée.

e°) Formuler une conjecture reliant le signe de Δ avec le nombre de racines de la fonction associée.

déf. : Une **racine** d'une fonction numérique est une valeur de son argument ayant pour image 0.

ex. : La fonction e définie sur ℝ par $e\,:\,x \longmapsto x^2-9$ admet deux racines réelles distinctes : -3 et 3 ; on a bien en effet $e(-3) = [-3]^2 - 9 = 9 - 9 = 0$ et $e(3) = 3^2 - 9 = 9 - 9 = 0$.